〈書評〉

『負の数学』

野村　恒彦
NOMURA Tsunehiko

Ⅰ　『負の数学』　アルベルト・A・マルティネス　小屋良祐訳　2006　青土社

Ⅱ　内容紹介、その中での自身論考の意義など。

2006 年に刊行された本書を、20 年経過した現在に紹介するのには理由がある。

紹介者は、昨年 10 月に津田塾大学で開催された「第 35 回津田塾大学数学史シンポジウム」において、19 世紀の英国の数学者ダンカン・グレゴリーについて発表を行った。彼は代数学の分野において業績があり活躍していたが、若くして夭折してしまった。その発表において、当時の英国の代数学においては、負の数はあり得ないこととされていて、その意味するところや歴史的背景について一定の考えは得ていたもののその全貌を把握することに苦慮していたところであった。

それらについて、今回の発表においてはカッツによる『代数学の歴史』における記述を基本に行ったのだが、その際のコメントで立教大学名誉教授の佐藤文広先生から紹介されたのが本書『負の数学』であった。その後読む機会を得たのだが、非常に重要な内容を含んでいるので、ぜひ紹介したいと考えた結果が今回の書評である。

本書の原書は2005年にプリンストン大学出版部より刊行された。副題として「マイナスかけるマイナスはマイナスになれるか？」となっている。ここで主題となっている「マイナスかけるマイナスがプラス」となることについては周知の事実であるが、一般的に以下のように説明される。

まず、$1+(-1)=0$　という式を考える。

両辺に－1 をかけて　$(-1)\times(1+(-1))=(-1)\times 0$

左辺第 2 項の括弧をはずして　$(-1)\times 1+(-1)\times(-1)=0$

1 を何にかけても変化しないことから整理すると　$-1+(-1)\times(-1)=0$

－1 を右辺に移項して　$(-1)\times(-1)=1$

これらを踏まえて先述した「マイナスかけるマイナスはマイナスになれるか？」という議論は、第 6 章以降において論じられることになる。

まず、本書の目次を紹介しておこう。

本書の第 1 章から第 5 章では、負の数や虚数についての位置付けの問題意識が代数学を通じて論じられている。そこでは、代数学の歴史が述べられるとともに 19 世紀英国における代数学の状況が記載されている。

まず第 1 章では、本書の目的が語られる。それらは、(1)伝統的な代数にはわたしたちの日常的な体験に対応していない側面があることを思い起こすこと、(2)伝統的な規則はいくらでも変更でき、ゆえに、新しい数学を考案することが出来るということを示すこと、(3)物理的な世界を描写するのに役に立つ新しい数学を生み出す方法を示すこと、となっている。その目的に沿って本書は展開されることになる。

第 2 章では負数や虚数を数直線上での表現について検討している。引き続き第 3 章では負数や虚数の幾何学図形や記号表現について検討している。

第 4 章ではケンブリッジ大学のフェローであったウィリアム・フレンドの著作『代数学の原理』序章を例に引いているが、彼はその著書の中で負数や虚数を排し「代数学は、算術の、すなわち量の記号的処理に他ならないという位置付け」を提唱していた。さらに同時代の数学者ウッドハウスからド・モルガンたちが負数や虚数の正当性に興味を持っていたことも紹介している。続く第 5 章では 19 世紀の英国代数学の歴史として、ハミルトンの四元数やド・モルガンに続いてジョージ・ブールの業績が示される。

第 6 章からはうって変わって負数や虚数を表現する記号の可能性について探っている。著者が第 4 章冒頭に「この本の残りの部分では、概念的で創造的なさまざまな実験を行う予定である」と自ら述べているように、前半での歴史的な議論が中心とはなっていない。

ここでは算術と代数学の違いを、「算術」とは数の間の関係と演算の研究を意味するとし、「代数学」はそういう数の関係と演算の研究を意味すると説明している。第 7 章では「差」と「相違」という言葉を用いて、新たな記号を用いて演算を定義している。

紹介者は 19 世紀英国数学の研究を行なっており、特にチャールズ・バベッジやジョージ・ピーコックの業績を研究の中心にしている。本書第 3 章で、「メーザーズやフレンドに答える形で、ケンブリッジの数学者ジョージ・ピーコックは代数学を 2 種類に分けた。」としている点について、その主張はピーコックの主著である『代数学』(*A Treatise on Algebra* (1830))で主張されたとおり、それらは「算術的代数学」と「記号的代数学」のことである。「算術的代数」は「大きな数から小さな数を引くときの引き算として用いる」そして、「記号的代数」は「小さい数から大きな数を引き負数を含み、引き算にも制限がない」ということを意味している。このことをピーコックは「演算からの量の分離」という表現で主張しているのである。

この「演算からの量の分離」という概念はチャールズ・バベッジによる解析機関の発想を理解するためにも非常に重要な指摘であり、また冒頭に述べた疑問に対する解答ともなっており、紹介者の研究分野である 19 世紀英国数学の研究全般において大きな刺激を受けた。

参考文献も一部は周知のものもあったが、新たに知ったものもあり非常に貴重なものとなっている。

以上のように本書は 19 世紀英国代数学の歴史を論ずるにあたり欠くことのできない重要な文献であると言える。

最後に本書を紹介していただいた立教大学名誉教授の佐藤文広先生に、重ねて心よりお礼を申し上げたいと思う。